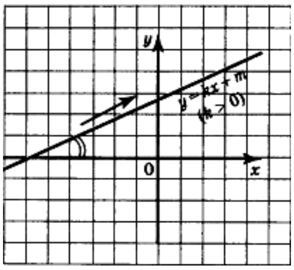
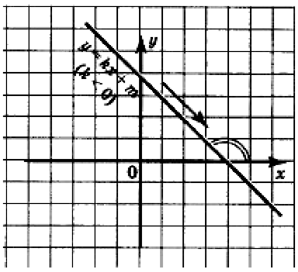
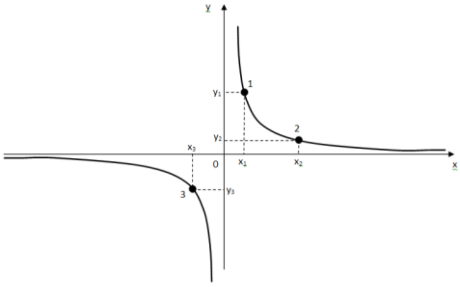
Графики функций

Линейная функция

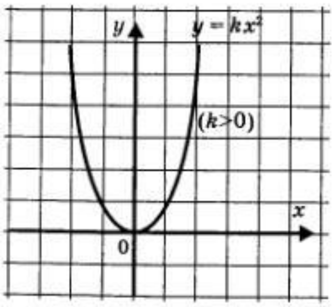


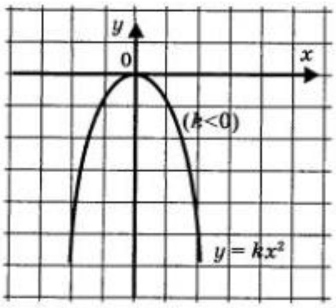


Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость

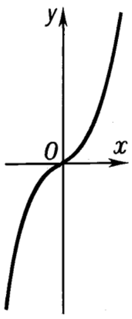


Квадратичная функция

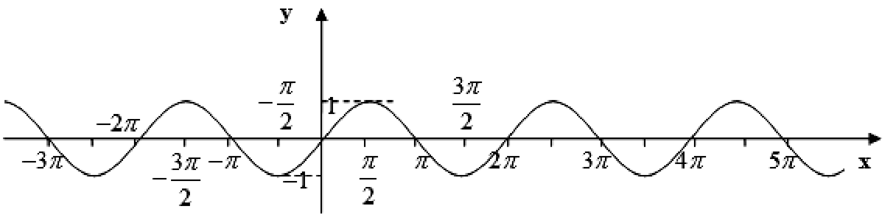




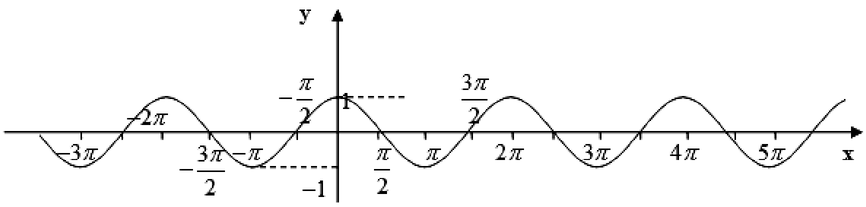
Функция $y = x^3$.



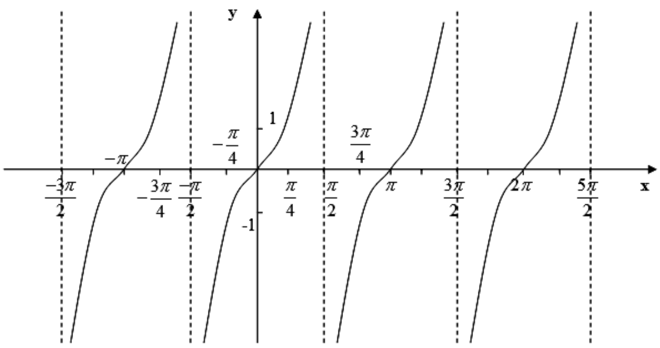
Функция y = sinx



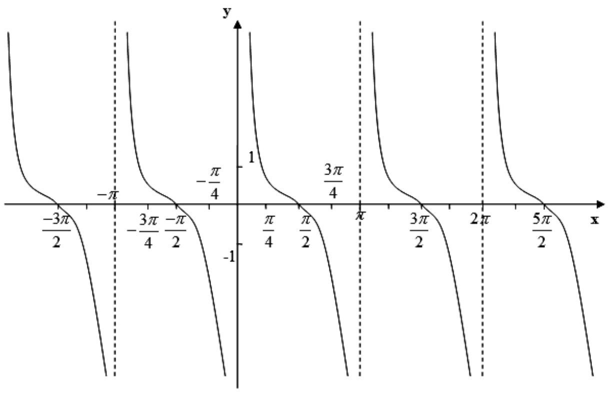
Функция y = cosx



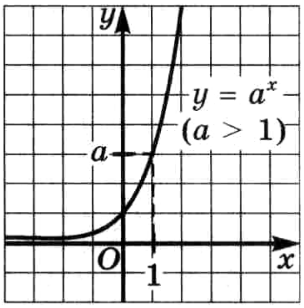
Функция y = tgx

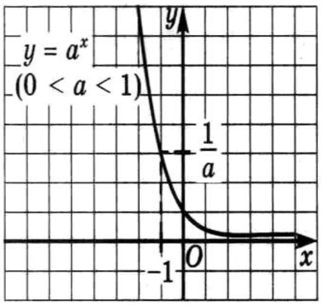


Функция y =ctgx

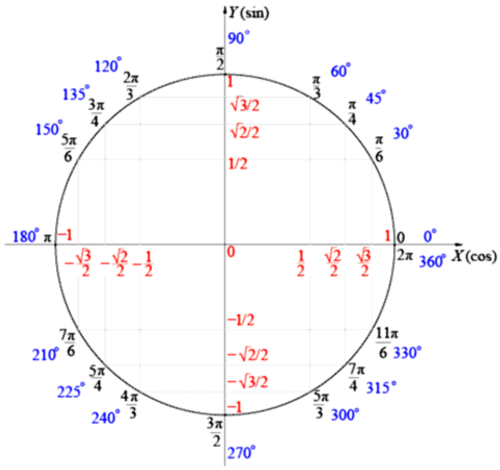


Показательная функция

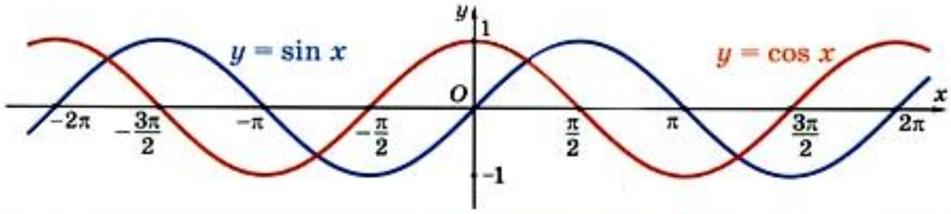




Тригонометрический круг



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ СИНУС и КОСИНУС



СВОЙСТВА	$y = \sin x$	$y = \cos x$
1. Область определения	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
2. Область значений	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
3. Чётность	нечётная	чётная
4. Наименьший положительный период	2π	2π
5. Координаты точек пересечения графика функции с осью а) Ox б) Oy	 $(\pi n; 0)$ $(0; 0)$	 $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 0\right)$ $(0; 1)$
6. Промежутки, на которых функция принимает а) положительные значения: б) отрицательные значения:	 $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$ $(-\pi + 2\pi n; 2\pi n)$	 $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$ $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
7. Промежутки а) возрастания: б) убывания:	 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$	 $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$ $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$
8. Точки минимума	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$
9. Минимумы функции	-1	-1
10. Точки максимума	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$2\pi n$
11. Максимумы функции	1	1

$n \in \mathbb{Z}$

Монотонность функции

<u>Определение 1</u>: Функцию $\boldsymbol{y = f(x)}$ *называют* ***возрастающей на множестве*** $\boldsymbol{X \in D(f)}$*, если для любых двух точек* $\boldsymbol{x_1}$ *и* $\boldsymbol{x_2}$ *множества* $\boldsymbol{X}$*, таких, что* $\boldsymbol{x_1 < x_2}$*, выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x_1) < f(x_2)}$*.*

<u>Определение 2</u>: Функцию $\boldsymbol{y = f(x)}$ *называют* ***убывающей на множестве*** $\boldsymbol{X \in D(f)}$*, если для любых двух точек* $\boldsymbol{x_1}$ *и* $\boldsymbol{x_2}$ *множества* $\boldsymbol{X}$*, таких, что* $\boldsymbol{x_1 < x_2}$*, выполняется неравенство* $\boldsymbol{f(x_1) > f(x_2)}$*.*

Промежутки области определения, на которых функция возрастает или убывает, называются *промежутками монотонности* функции. Возрастающие и убывающие функции называются *монотонными*.

- *Свойство 1*. Пусть функция $\boldsymbol{f(x)}$ возрастает (убывает) на множестве X и C – любое число. Тогда функция $\boldsymbol{g(x)= f(x)+C}$, также возрастает (убывает) на множестве X.
- *Свойство 2*. Пусть функция $\boldsymbol{f(x)}$ возрастает (убывает) на множестве X и $C > 0$. Тогда функция $\boldsymbol{g(x)= Cf(x)}$, также возрастает (убывает) на множестве X.
- *Свойство 3*. Пусть функция $\boldsymbol{f(x)}$ возрастает (убывает) на множестве X и $C < 0$. Тогда функция $\boldsymbol{g(x)= Cf(x)}$, убывает (возрастает) на множестве X.
- *Свойство 4*. Пусть функция $\boldsymbol{f(x)}$ возрастает (убывает) и знакопостоянна на множестве X. Тогда функция $\boldsymbol{g(x)= f^{-1}(x)}$, убывает (возрастает) на множестве X.
- *Свойство 5*. Сумма возрастающих (убывающих) функций есть функция возрастающая (убывающая).
- *Свойство 6*. Произведение возрастающих (убывающих) неотрицательных функций есть функция возрастающая (убывающая).

Теорема 1. Если функция $\boldsymbol{y = g(x)}$ возрастает на множестве X, а функция $\boldsymbol{y = f(x)}$ убывает на множестве X, то уравнение $\boldsymbol{g(x)= f(x)}$ имеет на X не более одного корня.

Теорема 2. Если функция $\boldsymbol{y = g(x)}$ монотонна на множестве X, а функция $\boldsymbol{y = f(x)}$ постоянна на множестве X, то уравнение $\boldsymbol{g(x)= f(x)}$ имеет на X не более одного корня.

Ограниченность функции

<u>Определение 1</u>: Функцию $\boldsymbol{y = f(x)}$ называют **ограниченной снизу на множестве X** $\boldsymbol{\in D(f)}$, если все значения функции на множестве **X** больше некоторого числа (иными словами, если существует такое число $\boldsymbol{m}$, что для любого значения $\boldsymbol{x \in X}$ выполняется неравенство $\boldsymbol{f(x) > m}$).

<u>Определение 2</u>: Функцию $\boldsymbol{y = f(x)}$ называют **ограниченной сверху на множестве X** $\boldsymbol{D(f)}$, если все значения функции на множестве **X** меньше некоторого числа (иными словами, если существует такое число $\boldsymbol{M}$, что для любого значения $\boldsymbol{x \in X}$ выполняется неравенство $\boldsymbol{f(x) < M}$).

Если множество **X** не указано, то подразумевается, что речь идет об ограниченности функции сверху или снизу во всей области определения. Если функция ограничена и сверху, и снизу, то ее называют **ограниченной**.